

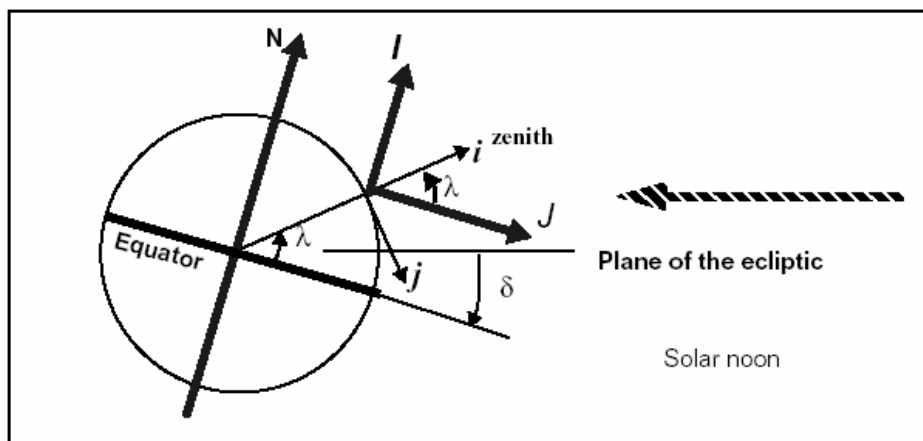
# 光伏太阳能系统——太阳光源

## 太阳辐射几何学

根据地球自转和围绕太阳公转的日常以及季节性变化，我们推导了在任意朝向的光伏阵列上的太阳辐射强度计算方法。为了介绍这个计算方法，需要引入两组描述太阳和地球相对位置的坐标系。

第一组给出太阳相对于固定在地球上的坐标系的位置，坐标系的一个轴指向天顶，另一个与之正交的轴指向地平线，即下图中的*i, j*坐标系，称为地平坐标系。

另一组坐标系也固定在地表的同一个位置，但是一个轴指向极点，即北天极，另一个与之正交的轴则指向与赤道平行的方向，即下图中的*I, J*坐标系，称为时角坐标系。



两个坐标系之间有如下关系：

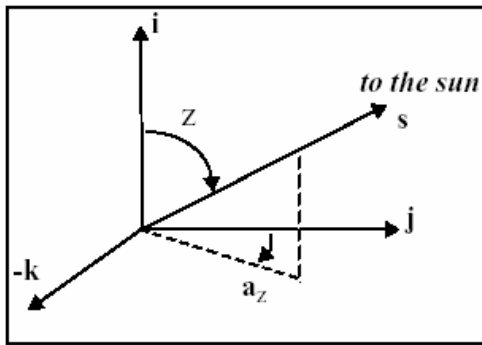
$$i = (\sin \lambda)I + (\cos \lambda)J$$

$$j = (-\cos \lambda)I + (\sin \lambda)J$$

$$k = K$$

其中的  $\lambda$  是观测点的纬度。

下图给出了正午时分的太阳（在天空的最高点）在地平坐标系中的方位。

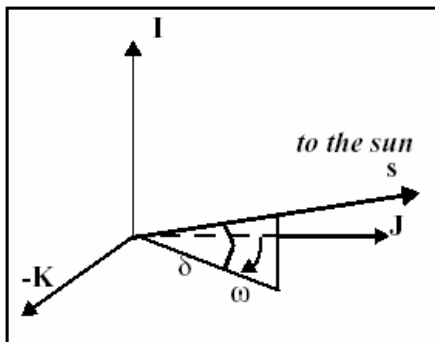


其中  $z$  称为天顶角而  $a_z$  称为太阳方位角。从而，指向太阳的单位矢量可以写成：

$$s = (\cos z)i + (\sin z \cos a_z)j - (\sin z \sin a_z)k$$

第二个坐标系的一个轴始终指向北天极而另一轴位于赤道面上，方向指南点。因而，指向正午太阳的单位矢量可以写成：

$$s = (\sin \delta)I + (\cos \delta \cos \omega)J - (\cos \delta \sin \omega)K$$



由于在两组坐标系中的矢量  $s$  相同，我们可以得到：

$$\cos z = (\sin \delta)(\sin \lambda) + (\cos \delta)(\cos \lambda) \cos \omega$$

$$(\sin z)(\cos a_z) = (\cos \delta)(\cos \omega) \sin \lambda - (\cos \lambda) \sin \delta$$

$$(\sin z) \sin a_z = \cos \delta (\sin \omega)$$

如果一年中的天数确定了，就可以按照库珀公式计算太阳的赤纬角  $\delta$ ：

$$\delta = 23.45 \cdot \sin\left(360 \cdot \frac{284 + n}{365}\right)$$

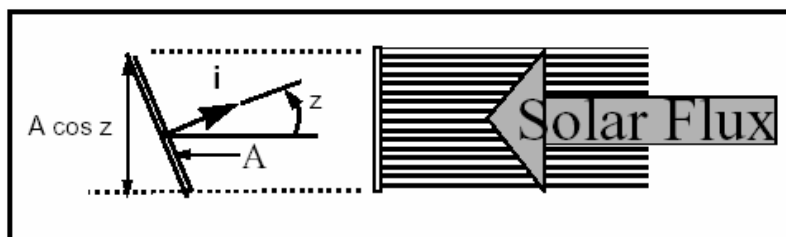
如果观测者所在的地理纬度  $\lambda$  也确定了，那么就可以定义太阳的时角  $\omega$ ，它反映了从日出到日落时分太阳的天顶角在一天中的变化。从而，一天中的时间变化也可以用太阳时角的变化来表示。在日出或日落时分，太阳的时角正好等于  $90^\circ$  或  $\pi/2$ ，即太阳处在地平线上。

设  $\cos z = \cos 90 = 0$ ，则有：

$$\omega_{\text{sunrise/sunset}} = \omega_{ss} = \arccos[-\tan \delta \tan \lambda]$$

下面再来推导太阳方位角和时角之间的关系。

首先，天顶角的余弦函数  $\cos z$  反映了太阳的辐射强度投射到地平表面上的光照比。如果我们把太阳的辐射想象成从太阳流向地球的流体，那么这束流体投射到有某个偏转角的表面上时，穿过这个表面的流量和偏转角的余弦成正比，如下图所示。



另一种理解，也可以把受到辐射的面积想象成垂直于来流方向，而流体是以某个偏转角投射到这个表面上的，当然也等于  $A \cos z$ 。

参考前面的内容， $\cos z$  的表达式可以写成：

$$\cos z = C_1 + C_2 \cos \omega$$

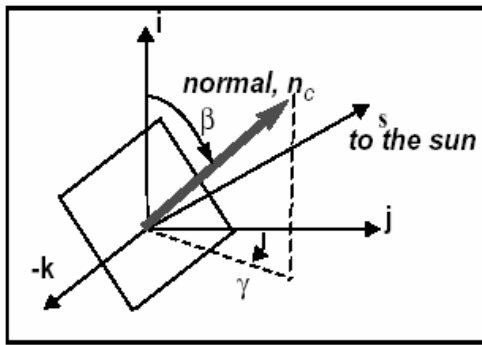
上式中的余弦函数  $\cos z$  主要依赖于  $C_1$  的符号，因为  $C_2$  总是正的。

### 照射在倾斜阵列上的光强

我们总能在所处的地理纬度上找出比倾斜布置好得多的光伏阵列布置方式。为了获得照射在倾斜阵列上的光强，我们需要在当地坐标系下计算光伏阵列的方位。

在下图所示的坐标系中，垂直于一个倾斜布置的光伏阵列的单位矢量可以写成：

$$n_c = (\cos \beta)i + (\sin \beta)(\cos \gamma)j - (\sin \beta)(\sin \gamma)k$$



对于那些没有追踪功能的固定阵列，它们通常是面向正南的。垂直于阵列的单位矢量可以简化成：

$$n_c = (\cos \beta)i + (\sin \beta)j$$

照射到阵列上的光强与指向太阳的单位矢量  $s$  和垂直于阵列的单位矢量  $n_c$  之间的夹角的余弦成正比，这个量可以通过求两个矢量的标量积得到。使用上面给出的那些关系式，这个余弦可以写成：

$$\cos(n_c, s) = \sin \delta \sin(\lambda - \beta) + \cos \delta \cos(\lambda - \beta) \cos \omega$$

这表明，对于指定的赤纬角，地理纬度和光伏阵列的倾斜角是一对余弦变换。

### 月平均日辐射量和其它参数

假设你处在外太空，并且运行在地球轨道上，而你的太阳光伏阵列是水平的。也就是说，光伏阵列是平躺在你所作运动的轨道面上。而且在你和太阳之间没有任何东西，哪怕是一丝以太，来削弱太阳的辐射。此时的太阳辐射强度我们称为大气外界辐射强度，等于：

$$\phi_{ext} = 1.350 \text{ kw} / \text{m}^2$$

在一个昼夜的过程中，投射到水平安置的光伏阵列上的所有太阳辐射等于：

$$2\phi_{ext} \int_0^{\omega_s} \left( \cos z \cdot \frac{24}{2\pi} \right) d\omega \equiv H_{ext}$$

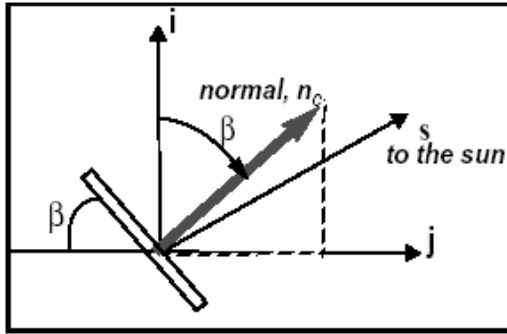
使用前面提到的  $\cos z$  的计算式，可以积分得到：

$$H_{ext} = \frac{24}{\pi} \phi_{ext} \cos \delta \cos \lambda [\sin \omega_{ss} - \omega_{ss} \cos \omega_{ss}]$$

假设你还在地球的大气层以外，同时你的光伏阵列相对于水平面倾斜了一个角度  $\beta$ ，但是面向正南，也就是说  $\gamma=0$ 。那么，垂直于光伏阵列的单位矢量和指向太阳的单位矢量之间的夹角的余弦等于：

$$\cos(n_c, s) = \sin \delta \sin(\lambda - \beta) + \cos \delta \cos(\lambda - \beta) \cos \omega$$

这个余弦当然是太阳时角的函数，或者说是一日当中的时间的函数。



将这个余弦函数对时间积分，从日出积分到日落，可得：

$$H_{ext}(\beta) = \frac{24}{\pi} \phi_{ext} \cos \delta \cos(\lambda - \beta) [\sin \omega'_{ss} - \omega'_{ss} \cos \omega'_{ss}]$$

在此，我们假设日落时的太阳方位角与光伏阵列平行，即假设  $\cos(n_c, s) = \cos 90 = 0$ ，因而是有：

$$\omega'_{ss} = \arccos[-\tan \delta \tan \lambda]$$

### 晴朗指数

晴朗指数  $K_T$  是一个经验参数，可以根据在某一固定位置测量得到的日照强度计算得到。它的定义是地表水平面上的月平均日太阳辐射量与大气层外界水平面上的月平均日太阳辐射量之比值。

$$K_T = \bar{H} / \bar{H}_{ext}$$

下表是一些不同地点的晴朗指数随月份的变化。

Month	Boston $\lambda=42.1$	Madison $\lambda=42.1$	Albuquerque $\lambda=35$	Miami $\lambda=35$
Jan	0.41	0.44	0.64	0.51
Feb	0.45	0.49	0.67	0.54
Mar	0.45	0.50	0.68	0.56
Apr	0.44	0.47	0.71	0.57
May	0.48	0.51	0.73	0.53
June	0.52	0.53	0.74	0.48
July	0.53	0.55	0.70	0.50
Aug	0.49	0.55	0.70	0.49
Sept	0.49	0.52	0.71	0.49
Oct	0.47	0.50	0.71	0.52
Nov	0.42	0.39	0.67	0.52
Dec	0.42	0.38	0.63	0.52

### 倾斜面上的天空散射辐射

有了当地的晴朗指数，以及大气层外界水平面上的辐射强度计算方法，我们可以估算出地面倾斜布置的光伏阵列上的月平均日辐射总量。这里所用的“水平”晴朗指数一般是根据当地收集到的太阳辐射数据计算出来的。因而，它包含了天气的反常、太阳的直射辐射、天空的散射辐射、以及反射的太阳辐射在内的所有辐射在水平面上的总量。如果我们将光伏阵列倾斜一个角度（即前面图示的 $\beta$ 角），那么我们必须考虑到天空的散射辐射和反射的太阳辐射的方式都发生了变化。换言之，我们需要构造一个适用于当地的倾斜表面系数 $K_t$ 。

我们在这儿使用的方法是把倾斜布置的光伏阵列上的月平均日辐射总量和倾斜放置的光伏阵列上的月平均日辐射总量拿一个因子 $R$ 联系起来。这个 $R$ 因子的计算方法最早由Liu and Jordan<sup>1</sup>提出，后来经过了Klein<sup>3</sup>的评估，随后又经Klein and Theilacker<sup>4</sup>修改和提炼。我们在此给出它的一阶近似表达式：

$$\bar{H}_\beta = R \cdot \bar{H}$$

其中

$$R = \left[ 1 - \left( \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right) \right] \cdot R_b + \left( \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right) \cdot \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho \cdot \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

这两个表达式中的前一个表示倾斜放置的光伏阵列上的月平均日辐射总量可以用倾斜布置的光伏阵列上的月平均日辐射总量和一个因子 $R$ 相乘得到。而这个因子 $R$ 的计算方法

由第二个式子给出。至此，我们的计算都是稳妥而保守的。

不过，这个 $R$ 因子的计算还是有趣的。在其计算式中， $\left(\frac{\bar{H}_d}{\bar{H}}\right)$ 是倾斜布置的光伏阵列上的月平均日散射辐射量和同一光伏阵列上的月平均日辐射总量的比值。算式中的 $R_b$ 则是倾斜布置的光伏阵列上的月平均直射辐射量和水平布置的光伏阵列上的月平均直射辐射量的比值。第一个比值是根据实验数据构造的，而第二个比值则可以根据我们前面学过的辐射几何学知识分析得到。参数 $\rho$ 表示当地的地面反射系数，最好是从当地测量获得。

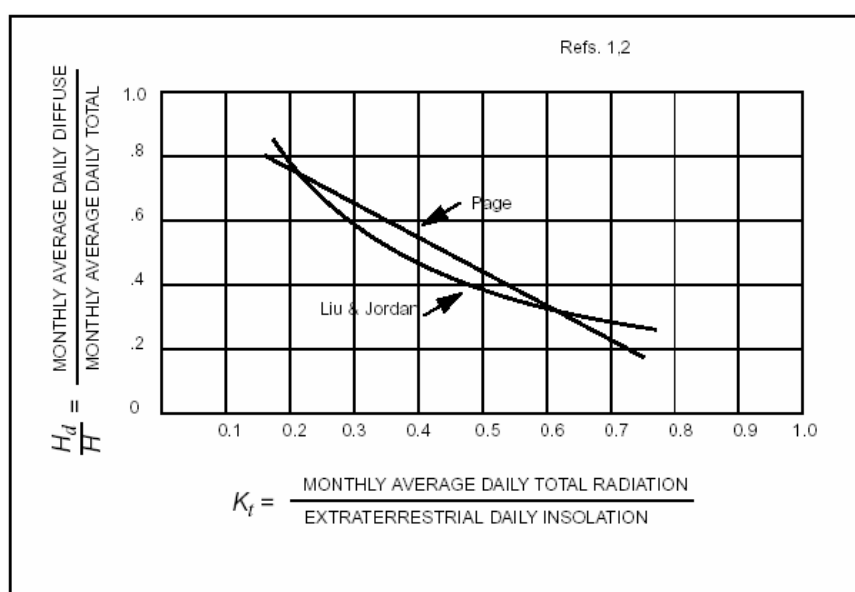
让我们首先考虑 $\beta$ 等于零的情况，即光伏阵列是水平布置的。那么，在我们的计算式中 $R = R_b$ 。这意味着，在计算 $R$ 的式子的右边第一项，我们“收回了”散射辐射对水平布置的光伏阵列上的总辐射量的贡献，使第一项只表示直射辐射的贡献。然后，又在第二项中把散射辐射的贡献加回去。

$R_b$ 因而可以用大气层外界的倾斜表面上的日辐射总量（以 $H_{ext}(\beta)$ 表示）和水平表面上的日辐射总量（以 $H_{ext}$ 表示）的比值来近似。

$$R_b = \frac{H_{ext}(\beta)}{H_{ext}} = \frac{\cos \delta \cos(\lambda - \beta) [\sin \omega'_{ss} - \omega'_{ss} \cos \omega'_{ss}]}{\cos \delta \cos \lambda [\sin \omega_{ss} - \omega_{ss} \cos \omega_{ss}]}$$

上式中的 $\omega'_{ss}$ 是倾斜布置的光伏阵列在日落时分的太阳时角， $\omega_{ss}$ 则是水平布置的光伏阵列在日落时分的太阳时角。

我们不得不回过头来认真考虑散射辐射的贡献。如前所述，我们主要依靠实验数据。目前的文献中至少已经有两条曲线，如下图所示。



## 参考文献

1. Liu, B.Y.H & Jordan, R.C., "The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse, and total solar radiation", *Solar Energy* 4(3) 1960.
2. Liu, B.Y.H & Jordan, R.C., "Daily insolation on surfaces tilted toward the equator", *Trans. ASHRAE* 526-541, 1962.
3. Klein, S.A. "Calculation of Monthly Average Insolation on Tilted Surfaces", *Solar Energy*, vol. 19, 325-329, 1977.
4. Klein, S.A. & Theilacker, J.C., "An Algorithm for Calculating Monthly-Average Radiation on Inclined Surfaces", *Jour. of Solar Energy Engineering*, vol. 103, 29-33, 1981.